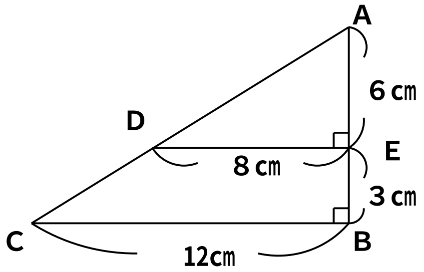
５年生算数　　相似形(1)

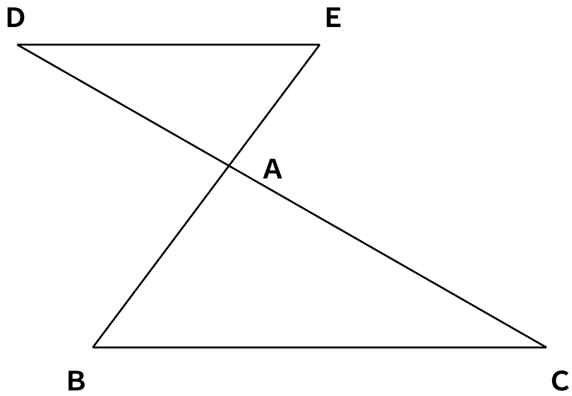
１　相似形とは

相似形とは形が同じで、大きさが違う形をいいます。まず三角形で考えてみましょう。



左のような直角三角形を考えます。
ＤＥとＣＢは平行になっています。したがって
角ＡＤＥと角ＡＣＢは同じ角度になります。
また角Ａは共通ですから、三角形ＡＤＥと三角形ＡＣＢは形が同じで、大きさが違う三角形となります。
したがって三角形ＡＤＥと三角形ＡＣＢは相似形になるのです。

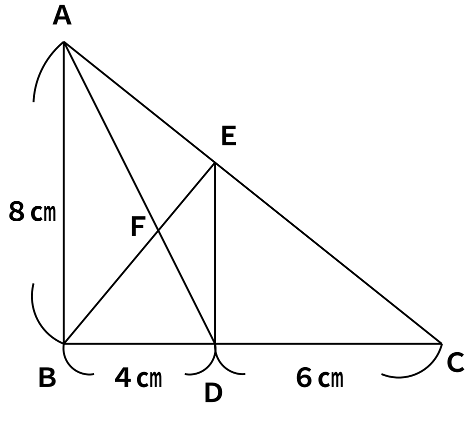
この場合ＡＥ：ＡＢ＝６：９＝２：３ですからＤＥ：ＣＢも２：３になります。図からＤＥが８㎝、ＣＢが12㎝ですから２：３になるわけです。



左のような図形もまた相似形です。
ＤＥとＢＣが平行であるとすると
角ＥＤＡと角ＡＣＢは等しく、また角ＤＥＡと角ＡＢＣは等しくなります。
角ＥＡＤと角ＣＡＢは対頂角で等しくなりますから３つの角がともに等しいので
三角形ＡＤＥと三角形ＡＢＣは相似形になります。

このときＡＥ：ＡＢ＝ＡＤ：ＡＣ＝ＤＥ：ＢＣという辺の比の関係が成り立つのです。

（例題）



角ＡＢＣ＝角ＥＤＣ＝直角になっています。
このとき次の問いに答えなさい。

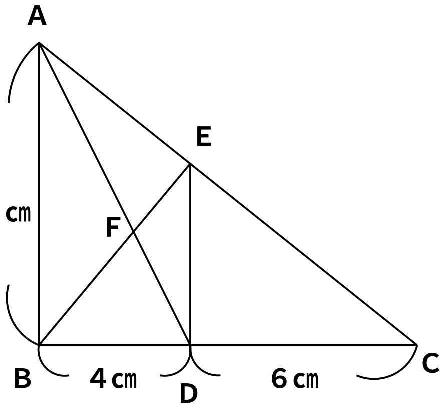
（１）ＥＤの長さは何㎝ですか。

（２）三角形ＡＦＥの面積は何㎠ですか。

（解説と解答）

（１）三角形ＡＢＣと三角形ＥＤＣは相似になります。
　　このとき、その相似比はＡＢ：ＥＤ＝ＢＣ：ＤＣ＝10：６＝５：３です。
　　したがってＥＤは８÷５×３＝4.8　　　　（答え）4.8㎝

（２）



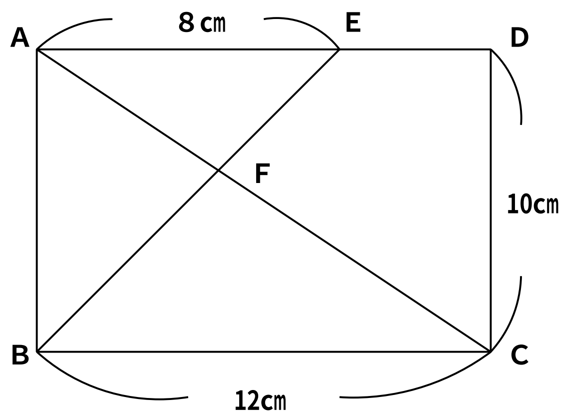
ＥＤ＝4.8㎝になり、ＡＢとＥＤが平行ですから
三角形ＡＦＢと三角形ＥＦＤは相似形になります。
ＡＢ：ＥＤ＝８：4.8＝５：３より
ＢＦ：ＦＥ＝５：３です。
したがって三角形ＡＦＥの面積は三角形ＡＢＥの
８分の３に等しくなります。

$$8\times4\div2\times\frac{3}{8}=6$$

（答え）６㎝^{2}

（練習問題）

1

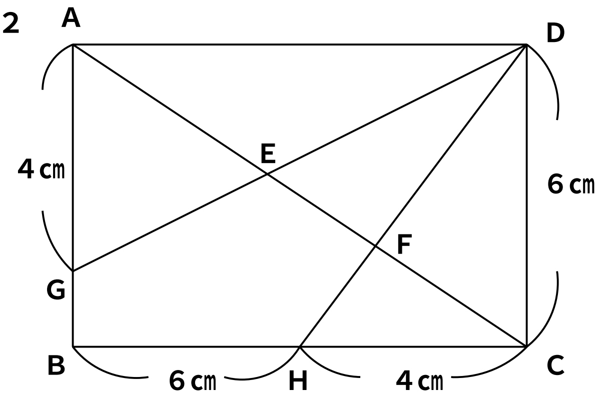


長方形ＡＢＣＤがあります。

（１）ＡＦ：ＦＣを求めなさい。

（２）四角形ＥＦＣＤの面積を求めなさい。

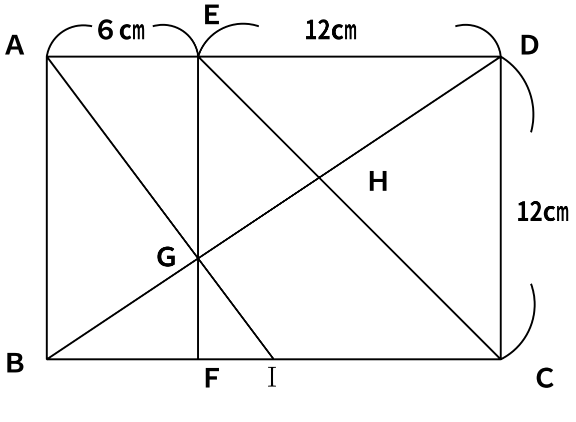
2



長方形ＡＢＣＤがあります。
（１）ＡＥ：ＥＦ：ＦＣを求めなさい。

（２）三角形ＥＦＤの面積を求めなさい。

3

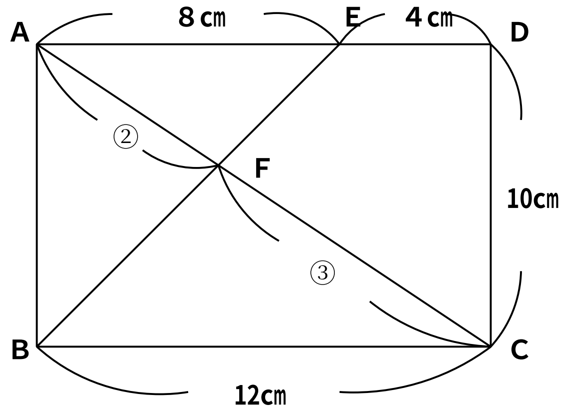


長方形ＡＢＣＤがあります。
（１）ＢＧ：ＧＨ：ＨＤを求めなさい。

（２）ＦＩの長さを求めなさい。

（解説と解答）

1



したがって$10 \times 12 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{15} = 44$

（1）三角形ＡＦＥと三角形ＢＦＣは相似になります。

ＡＦ：ＦＣ＝ＡＥ：ＢＣ＝８：12＝２：３

（答え）２：３

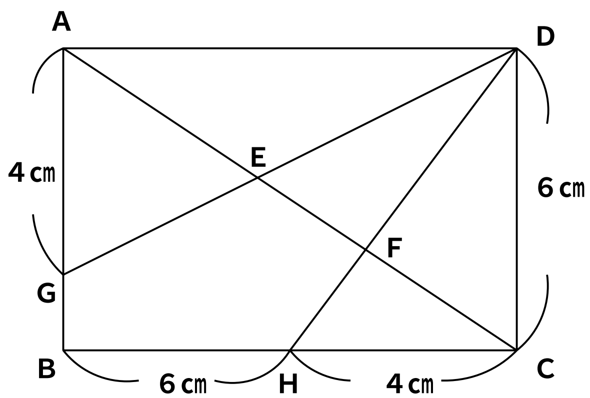
（2）図より三角形ＡＦＥは三角形ＡＣＤの

$\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$ になります。

$1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$

（答え）44㎠

2



（1）三角形ＡＥＧと三角形ＥＣＤは相似

ＡＥ：ＥＣ＝２：３

三角形ＡＦＤと三角形ＦＨＣは相似

ＡＦ：ＦＣ＝５：２

したがってＡＣを35とすれば

ＡＥ＝14　ＥＣ＝21

ＡＦ＝25　ＦＣ＝10より

ＡＥ：ＥＦ：ＦＣ＝14：11：10

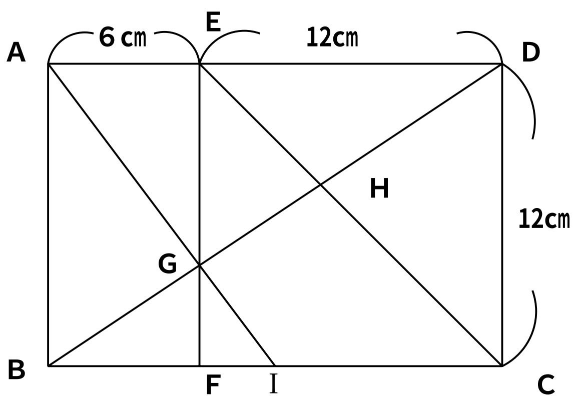
（答え）14：11：10

（2）三角形ＡＣＤの面積は６×10÷２＝30より

$30 \times \frac{11}{35} = \frac{66}{7} = 9\frac{3}{7}$

（答え）$9\frac{3}{7}$㎠

3



（1）三角形ＥＨＤと三角形ＨＢＣは相似

よりＢＨ：ＨＤ＝３：２

またＡＥ：ＥＤ＝１：２より

ＢＧ：ＧＣ＝１：２

よってＢＤを15とすると

ＢＧ＝５　ＧＤ＝10

ＢＨ＝９　ＨＤ＝６より

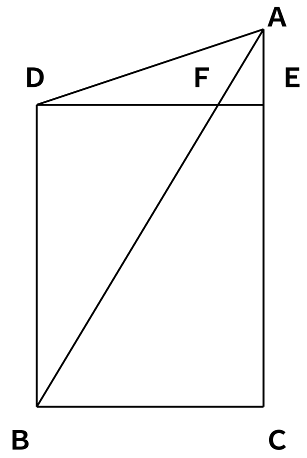
ＢＧ：ＧＨ：ＨＤ＝５：４：６

（答え）５：４：６

（2）ＥＧ：ＧＦ＝２：１より　　ＦＩ＝３㎝

（答え）３㎝

（例題）



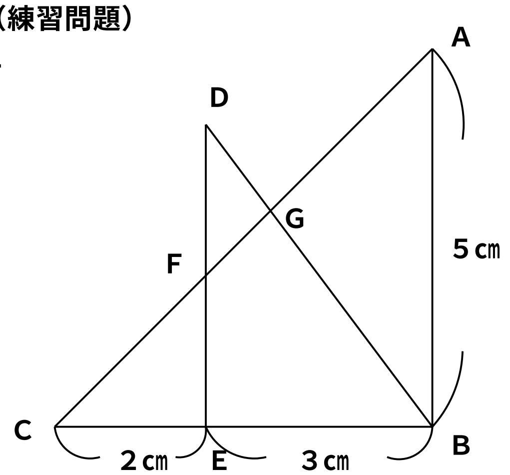
左のような図形があります。ＤＥＣＢは長方形です。
三角形ＡＥＦの面積は１㎠、三角形ＡＤＦは３㎠
です。
このとき、台形ＦＥＣＢの面積を求めなさい。

（解説と解答）

面積の比が１：３ですから高さが共通なので、ＤＦ：ＦＥ＝３：１になります。
したがってＢＣは４となりますから、ＦＥ：ＢＣ＝１：４です。
三角形ＡＥＦと三角形ＡＢＣは相似形になりますが、面積の比は辺の比を２回かければよいので
面積比は三角形ＡＥＦ：三角形ＡＣＢ＝１×１：４×４＝１：16です。
したがって台形ＦＥＣＢは三角形ＡＥＦの16－１＝15倍になります。よって
１×15＝15　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（答え）15㎠

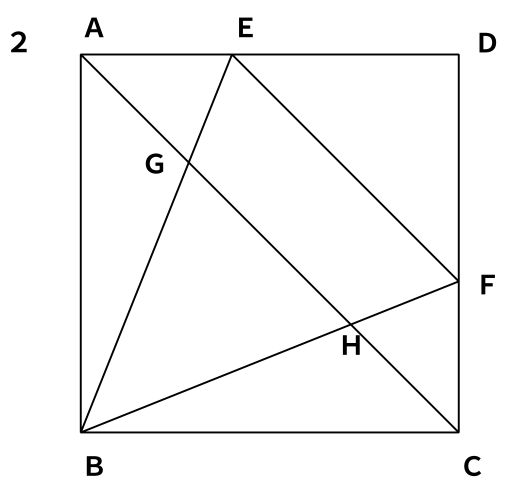
（練習問題）

１



ＤＦ＝２㎝　角ＡＢＣ＝90度　角ＤＥＢ＝90度
です。このとき四角形ＧＦＥＢの面積を求めなさい。

２

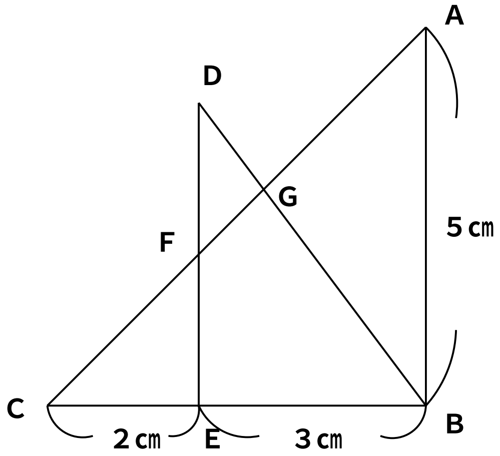


正方形ＡＢＣＤがあります。１辺の長さは５㎝です。
ＡＥ＝ＦＣ＝２㎝です。
（１）ＡＧ：ＧＨ：ＨＣを求めなさい。

（２）四角形ＥＧＨＦの面積を求めなさい。

（解説と解答）

１

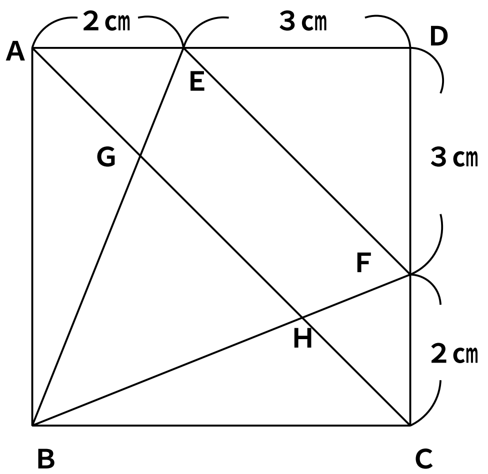


三角形ＡＢＣは直角二等辺三角形です。
したがって三角形ＦＥＣも直角二等辺三角形になりますからＦＥ＝２㎝です。またＤＦ＝２㎝ですからＤＧ：ＧＢ＝２：５になります。
したがって四角形ＥＦＧＢの面積は

$$3\times4\times\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\times\frac{2}{7}\right)=\frac{36}{7}=5\frac{1}{7}$$

（答え）$5\frac{1}{7}$ ㎝^{2}

２



（１）ＡＧ：ＧＣ＝２：５
ＡＨ：ＨＣ＝５：２より
ＡＧ：ＧＨ：ＨＣ＝２：３：２

（答え）２：３：２

（２）三角形ＥＢＦの面積は
５×５－２×５÷２×２－３×３÷２＝10.5
三角形ＢＧＨ：三角形ＢＥＦ＝5×5：7×7
＝25：49　したがって四角形ＥＧＨＦは
49－25＝24より三角形ＢＥＦの49分の24です。

$$\frac{21}{2}\times\frac{24}{49}=\frac{36}{7}=5\frac{1}{7}$$

（答え）$5\frac{1}{7}$ ㎝^{2}

今回は相似形の１回目でした。相似は勉強する基本は少ないのですが、応用範囲が非常に広い分野です。したがって、図形の中でもたくさんの相似形を見出すことができます。三角形の相似の場合、３つの角が等しくなることが要件です。ですから、２つの角度が等しくなれば、三角形は相似であることが証明できるわけです。そういうことも付属する知識として増やしてください。
次回はさらに、発展させた問題を解説したいと思います。　　　　　　　（田中　貴）