

## 4年生 場合の数(2)

copyright(c)2002 田中貴all right reserved

前回に引き続いて、場合の数を勉強します。今回は問題を中心に進めていきますので、順列なのか組み合わせなのか、よく考えながら解いてみてください。

(例題1)

A B C D E Fの6人を一列に並べます。AとBの間にCだけがいる並び方は何通りですか。

(解答と解説)

まずAとBの間にCをいれてガムテープでぐるぐるまきにします。すると3人がひとつのかたまりになります。したがって残り3人を加えて4人を並べることと同じになりますから、

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  通りです。1つの場合についてAが左になる場合とBが左になる場合がありますから、 $2 \times 24 = 48$

(答え) 48通り

(練習問題)

- 1、A B C D Eの5人が1列にならびます。AとBが両はしに並ぶ並び方は、何通りありますか。
- 2、A B C D Eの5人を1列にならべます。AとBがとなりにならない並び方は、何通りありますか。
- 3、0, 1, 2, 3, 4, 5の6つの数字を並べて3ケタの整数を作ります。このとき5で割り切れる数はいくつできますか。
- 4、100円玉3枚、50円玉1枚、10円玉3枚があります。これを使っておつりをもらわないお金の払い方は何通りありますか。
- 5、10人の中から3人の日直を決める決め方は何通りありますか。
- 6、0, 1, 2, 3, 4の5つの数字の中から3枚選んで3ケタの整数を作ります。このとき、3で割り切れる数はいくつできますか。  
(ただし、3で割り切れる数は、各位の数を加えたときに3の倍数になっていることを利用してください。例えば270は3で割り切れませんが、 $2 + 7 + 0 = 9$ となり、3で割り切れる数です。)

( 解答と解説 )

- 1 A と B を両はしに並べて、残りの 3 人を並べかえることを考えます。  
その 3 人の並び方は  $3 \times 2 \times 1 = 6$  通りになりますから、A と B の  
ひっくり返しを考えて、 $2 \times 6 = 12$  ( 答え ) 12 通り
  
- 2 5 人を並べる並べ方は  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  通りです。  
A B をガムテープでぐるぐるまきにして、並べると 4 人を並べることと  
同じになります。したがって  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  通りですが、A B のひっくり  
返しを考えますから、 $2 \times 24 = 48$  通りが A B がとなりになる並び方です。  
問題は「となりにならない」としてありますので、全体から引きます。  
 $120 - 48 = 72$  ( 答え ) 72 通り
  
- 3 5 の倍数は 1 の位が 0 か 5 です。  
0 の場合は  $5 \times 4 = 20$  通り  
5 の場合は 100 の位に 0 が入れられませんから、  
 $4 \times 4 = 16$  通りになります。したがって合計で  $20 + 16 = 36$   
( 答え ) 36 通り
  
- 4 100 円の使い方 0, 1, 2, 3 の 4 通り  
50 円の使い方 0, 1 の 2 通り  
10 円の使い方 0, 1, 2, 3 の 4 通り  
ですから  $4 \times 2 \times 4 = 32$  通りですが、全部 0 という払い方はないので  
 $32 - 1 = 31$  ( 答え ) 31 通り
  
- 5 これは組み合わせです。日直の中で区別が付きません。  
順列で考えると、 $10 \times 9 \times 8 = 720$  通りありますが、1 つの組み合わせを  
 $3 \times 2 \times 1 = 6$  通りに数えていますので、  
 $720 \div 6 = 120$  ( 答え ) 120 通り
  
- 6 ヒントに書いてあるように各位の数が 3 の倍数になるような数の組み合わせを  
まず考えましょう。  
( 0.1.2 ) ( 0.2.4 ) ( 1.2.3 ) ( 2.3.4 ) の 4 つの組み合わせが考えられます。  
100 の位には 0 が使えないので、( 0.1.2 ) ( 0.2.4 ) がそれぞれ  
 $2 \times 2 \times 1 = 4$  通り、残り 2 つは  $3 \times 2 \times 1 = 6$  通りになりますので、  
 $4 \times 2 + 6 \times 2 = 20$  ( 答え ) 20 通り

( 例題 ) 袋の中に赤い玉が 4 つと白い玉が 2 つ入っています。ここから 3 個取り出す  
とき、玉の取り出し方は何通りありますか。

( 解答と解説 )

赤い玉が 4 つと白い玉が 2 つ入っている袋というのが条件です。赤い玉と白い玉には当然区別が付きませんが、白い玉どうしでは区別はつきません。また 3 個抜き出すときの順番も関係ありません。ということは 3 つの玉は

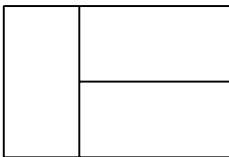
全部同じ色 ( 1 )

2 つが同じで 1 つが違う色 ( 2 )

しかありません。ところが赤い玉は 4 個ありますが、白い玉は 2 個しかありませんので ( 1 ) は 1 通りになります。( 2 ) は赤赤白と赤白白の 2 通りですから、したがって答えは 3 通りになります。

( 答え ) 3 通り

( 例題 )

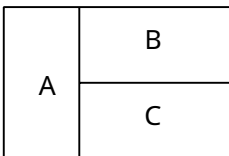


左のような国旗があります。

これを赤、白、青でぬり分けるとすると、ぬりかたは何通りありますか。

( 解説と解答 )

これは場所が決まっていますので、当然順番がある問題です。



A に入る色は 3 通り、ひとつ使うので B では 2 通り

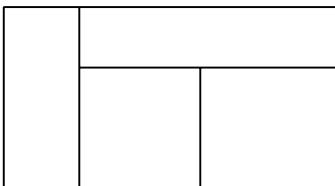
C はもう 1 通りしかありませんので、

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

( 答え ) 6 通り

( 練習問題 )

- 1 下のような国旗があります。これを赤、青、白でぬりわけます。となりが同じ色にならないようにすると、ぬり方は何通りありますか。

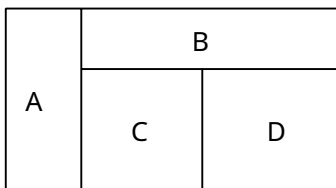


- 2 あるサッカーの大会がありました。16チームが参加します。4つのチームずつ、4つのグループに分けて総当り戦を各 1 試合します。その結果各グループの 1 位が勝ち抜き戦形式で決勝まで戦います。3 位決定戦はやらないものとする、この大会の試合数は何試合ですか。  
( ヒント ) 総当り戦とはあるチームがそのグループにいる他のチームすべてと試合をすることです。勝ち抜き戦は、勝ったチームだけが次の試合ができます。一度も負けなかったチームが優勝します。

- 3 A B C D E の 5 人を 2 つのグループに分けることにしました。1 つのグループに必ず 1 人はいるとすると、分け方は何通りありますか。
- 4 10 個のおはじきを A B C の 3 人にわけることになります。1 人必ず 2 個はもらえるとすると、分け方は何通りありますか。
- 5 1, 2, 2, 2 の 4 枚のカードがあります。これを全部使って 4 ケタの整数を作るとき、何通りできますか。
- 6 黒のご石が 4 個、白のご石が 2 個あります。これを 1 列に並べるとき、並べ方は何通りありますか。
- 7 あるサッカー大会があります。勝ち抜き戦で戦います。あるチームは 4 回勝つと優勝しますが、3 チームだけは 3 回勝つと優勝するそうです。参加したチームは何チームですか。

( 解説と解答 )

1



3 色で塗り分けるわけですが、A と D は必ず同じ色になります。

A は 3 通り、B が 2 通り、C が 1 通り、D も 1 通りですから、

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \quad \text{( 答え ) } 6 \text{ 通り}$$

- 2 総当り戦、あるいはリーグ戦などともいいますが、参加チームが同じグループのすべてのチームと 1 回試合をするということです。

例えば、あるグループで A B C D の 4 つのチームがいるとすれば、

A は他の 3 つのチームと試合をします。と他のチームも 3 試合しますので

3 試合  $\times$  4 チームですが、同じゲームを 2 回数えていますので、

$3 \times 4 \div 2 = 6$  試合が 1 つのグループで行われる試合数です。

グループは 4 つですから、 $6 \times 4 = 24$  試合がリーグ戦の試合数です。

さて、そこで決勝トーナメントには 4 チームが残りました。ヒントにも書いてありましたが、優勝チームだけが負けないので、あとのチームは必ず負けます。

4 チームのうち 3 チームは負けますから、必要な試合は 3 試合ですね。

したがって合計  $24 + 3 = 27$  試合が答えです。

( 答え ) 27 試合

( ワールドカップの場合 ) 日韓ワールドカップは出場 32 チームでした。4 チームずつ 8 つのグループに分かれましたから、 $6 \times 8 = 48$  試合が 1 次リーグです。その結果 1 位と 2 位が決勝トーナメントに進みました。したがって 16 チームが勝ち残りましたから、優勝が決まるまでは 15 試合、合計 63 試合が行われます。( 3 位決定戦を含めると 64 試合

全部になりますね。)

3 2つのグループで必ず1人はいるということは

1 - 4か2 - 3の分け方になります。

1 - 4は1人の決め方が5通りですから、5通り。

2 - 3は最初の2人の決め方が $5 \times 4 \div 2 = 10$ 通り

ですので、分け方は $10 + 5 = 15$

(答え) 15通り

4 A 2 あと4個を分けます。0 0 0 0 0 1 1 1 1 2 2 2 3 3 4

B 2 0 1 2 3 4 0 1 2 3 0 1 2 0 1 0

C 2 4 3 2 1 0 3 2 1 0 2 1 0 1 0 0

ということになりますので、 $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$

(答え) 15通り

5 全部違うカードだとすれば $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 通りあるはずですが、2が

3枚ありますから、1つの場合を $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通りに数えています。

したがって $24 \div 6 = 4$

(答え) 4通り

(1の位置だけ考えても、4通りはすぐわかりますね。)

6 全部違う石だとすれば $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ 通りです。

ところが黒が4個ですから、 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 通りに数えており、かつ

白が2個ですから $2 \times 1 = 2$ 通りで1つの場合を48通りに数えています。

したがって $720 \div 48 = 15$

(答え) 15通り

7 全部が4回勝てば優勝ということは、決勝戦、準決勝、その前、もうひとつ前

ですから、 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ チームですね。ところが3チームは1回戦の

相手がないのです。したがって $16 - 3 = 13$

(答え) 13試合

今回は問題を解説しながら、勉強してみました。ちょっと4年生では大変な問題も含まれていましたが、どうでしたか？

場合の数は、4年生から学習するものの、大学入試にまで出題されるような問題ですから、なかなか理解できないことも多いと思います。特にことばの理解が先がないと、なかなかつかみにくい問題ですから、あわてずにじっくり考えてください。今回は式で多くの問題を解いてしまいましたが、基本的には樹形図などを書いて、腕力で答えを出すのも大歓迎です。実際に中学入試では、書き出さなければならぬ問題は結構よく出題されていますので、効率よく書き出すということも大事な勉強です。小さい数から大きい数へなど、自分で規則をきめて、書き出すようにしてください。(田中 貴)