４年生　場合の数（1）　copyright(c)2002 田中貴all right reserved

４年生で場合の数を学習するのは、ややむずかしいかもしれません。ただ、場合の数は、子どもたちにとっては苦手な分野ですので、なるべく早く、基本を身に付けてもらいたいと思います。そこで今回は２回に分けて、場合の数を勉強していくことにしましょう。

（１）場合の数って何？

場合の数とは、おこる可能性のある場合が何通りあるかを考えることをいいます。たとえばＡＢＣの３人が一列で並ぶ方法は何通りあるか、とか５人の中から議長と副議長を決める決め方は何通りあるかとか、そういう問題のことですね。で、まず、最初はとにかく書いてみようということから始めます。

（２）樹形図

例えはＡＢＣの３人が１列に並ぶ場合を考えてみます。Ａが先頭になるとすると

Ａ－Ｂ－Ｃ　Ａ－Ｃ－Ｂの２通りあります。ということはＢが先頭になると

Ｂ－Ｃ－Ａ　Ｂ－Ａ－Ｃ、Ｃが先頭になっても　Ｃ－Ａ－Ｂ　Ｃ－Ｂ－Ａと

なりますから、答えは６通りですね。

Ａ－Ｂ－Ｃ

　　Ｃ－Ｂ　　のように木の根が広がっていくように書いていくことから

このような図を樹形図（じゅけいず）といいいます。

大人はこのとき、

最初に並ぶのが３通り、次が一人減るから２通り、最後に一人残るから１通りで

３×２×１＝６通りとすぐ計算できますが、まずは概念をわかってもらうためにも

慌てずに樹形図を書いていきましょう。

例題）　０，１，２，３の４つの数字があります。これを使って３ケタの整数はいくつできますか。

（解説と解答）さて書いていきましょう。この問題のミソは100の位に０が使えないということです。それだけ気をつけて、書き出していきます。このとき、迷わないですむように、書き出す順番を決めましょう。小さい順に書くか、大きい順に書くか、それをしっかりと決めておきます。今回は小さい順に書き出しましょう。

１－０－２　　１－２－０　　１－３－０

　　０－３　　　　２－３　　　　３－２

同じように100の位が２の場合、３の場合、それぞれ６通りありますから、

６×３＝18　　　　　　　　　　（答え）18通り

これを先ほどの掛け算でとくと

100の位にくる場合が３通り、10の位にくる場合が３通り、１の位にくる場合が２通りですから　３×３×２＝18　で18通りと計算できます。

（練習問題）

1、ゴ、リ、ラという３つの文字があります。この文字全部を使ってできることばは何通りありますか。

２、１，２，３，４の４つの数の中から３ケタの整数を作ります。このとき230より大な数はいくつできますか。

（解答）

1

ゴリラ、ゴラリ、リゴラ、リラゴ、ラゴリ、ラリゴの６通りになります。

（答え）６通り

２

２３１、２３４、２４１，２４３が200台

３１２，３１４，３２１，３２４，３４１，３４２が300台

４１２，４１３，４２１，４２３，４３１，４３２が400台

（答え）16通り

（３）順列と組み合わせ

数の並び方、人の並び方など順番を考える場合の数を順列（じゅんれつ）といっています。場合の数にはもうひとつ、組み合わせという考え方があります。組み合わせは順番を考えない場合の数です。たとえばＡＢＣというのは組み合わせとしては１通りですが、順番を考えると（順列にすると）３×２×１＝６通りになります。ＡＢＣという３人のグループの分け方としては１通りですが、並べば６通りになるということですね。このことをまず、しっかり区別できなければいけません。とはいっても、そこがまた難しいので、いろいろな例をあげて考えてあげると良いでしょう。

（例題）

ＡＢＣＤの４人がいます。この中から議長１人と書記２人を決める決め方は何通りありますか。

（解説と解答）

議長と書記は違います。したがってここには順番がありますね。しかし書記２人に区別はつくかというと、それはつきません。ＡＢとＢＡは同じ書記の組み合わせですから１通りとして数えます。

さて、これを樹形図を用いて解いてみましょう。

議長がＡ君だったとき、
書記の組み合わせは　Ｂ－Ｃ　Ｂ－Ｄ　Ｃ－Ｄの３通りです。
これは議長が代わってＢ君、Ｃ君、Ｄ君がやっても同じですから
３×４＝12通り　　　　　　　　　　　　　　　　（答え）12通りです。

このように順列と組み合わせの違いは、順番をつけるのか、あるいは区別をつけるのかということにあります。ＡＢとＢＡは同じ１通りなのか、それとも２通りとして数えるのか、そこの区別が難しいのです。だから場合の数は６年生まで何回もでてきます。経験が増えて、これは順列だ、これは組み合わせだと区別できれば、大変、立派です。

（４）順列と組み合わせの計算の仕方

[順列の公式]

Ｎ個の中からＲ個を並べる並べ方
Ｎ×（Ｎ－１）×（Ｎ－２）×・・・・・×（Ｎ－Ｒ＋１）
（かける数がＲ個あるということです。）
例えば５個の中から３つを並べるという並べ方は
５×４×３＝60通り　　ということになります。

(使い方)
８人の子どもの中から４人を並べる並べ方は？
８×７×６×５＝1680通り　　　と計算できますね。

[組み合わせの公式]

まず順列を計算し、１つの組み合わせを何通りの順列として数えているかで
割れば答えがでます。

例えば３人の中から２人を選ぶ場合、順列にすると３×２＝６通りですが、
ＡＢという１つの組み合わせをＡＢとＢＡの２つに数えていますから
６÷２＝３通りとなります。３人のうち１人をぬかせばいいのだから、３通り
だと考えてかまいません。

公式にすると

$$\frac{N\times(N-1)\times(N-2)\times\cdots\cdots\times(N-R+1)}{R\times(R-1)\times(R-2)\times\cdots\cdots\times1}$$

ということになります。
７人の中から３人を選ぶ組み合わせは

$$\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$$

で答えは35通りになります。

（練習問題）

１　６人の中から３人のそうし当番をきめる決め方は何通りありますか。

２　４人の中から委員長１人と副委員長２人を決める決め方は何通りありますか。

（解説と解答）

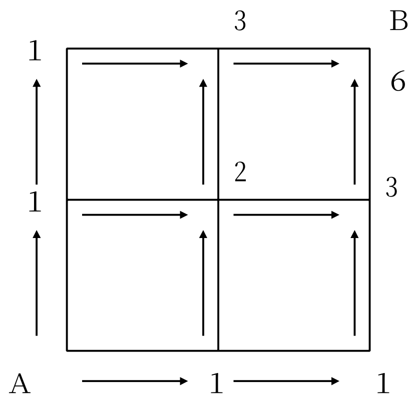
１　そうじ当番のなかで順番はありません。組み合わせの公式にあてはめると

$\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}$ ＝20通りになります。　　　（答え）20通り

２　委員長の決め方は４通りです。残りの３人の中から副委員長を決める決め方は副委員長にならない人を１人決めるのと同じですから、３通りです。

したがって４×３＝12　　　（答え）12通り

（５）最短で帰る問題



左の図でＡからＢに最短の道をとおっていく行き方を求めてみましょう。

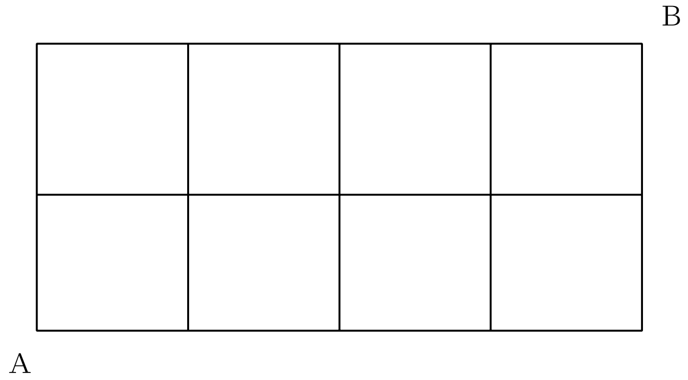
Ａのすぐ上の点にいく行き方は１通りです。

Ａのすぐ右の点にいく行き方は１通りです。

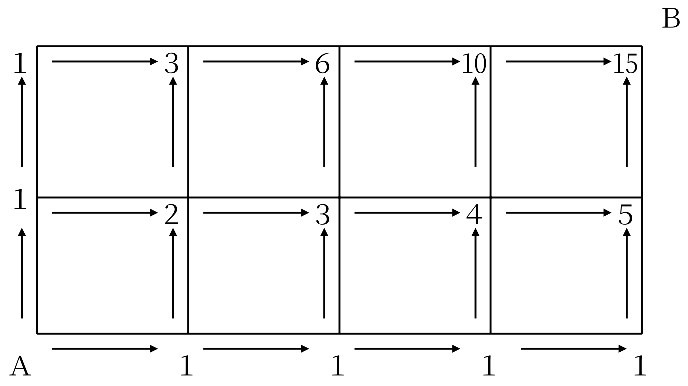
したがってＡの右ななめ上の点には１＋１で２通りの行き方があります。その上の点へはまた左から１きますから２＋１＝３通りになり、図のように各点へのつき方を出していくと図の数字になります。

したがってＢは６になっていますから、答えは６通りと計算できるのです。

（例題）



左下のＡから右上のＢまで最短で行くとして、何通りの行き方がありますか。

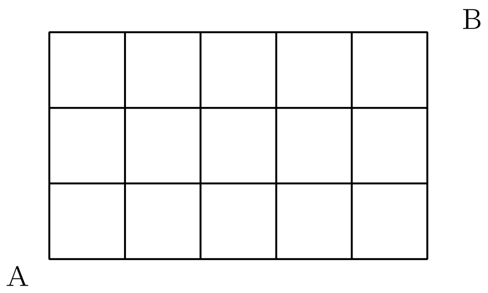


左のように数字を足していけば
答えがでてきます。

（答え）15通り

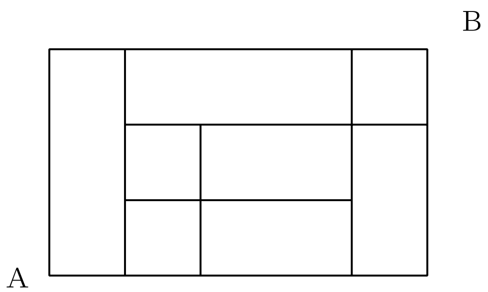
(練習問題)

1



AからBまで最短で何通りの行き方がありますか。

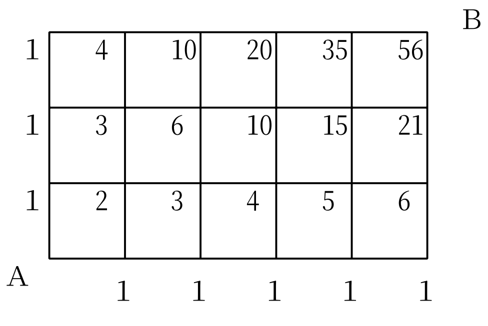
2



AからBまで最短で何通りの行き方がありますか。

（解説と解答）

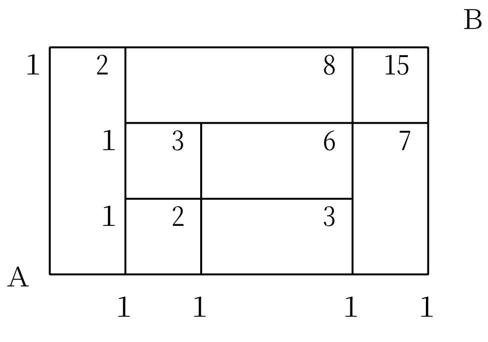
1



同様に考えて、足していきましょう。

（答え）56通り

2



線のつながっているところを
加えます。

（答え）15通り

場合の数は、検算ができない部分があるので、やはりミスがでやすい問題です。ていねいに書いていく練習をしながら、勉強を進めてください。順列と組み合わせに関しては、まず概念がわかることが大切です。ここが難しいですから、あまり慌てず、いろいろな例を考えてあげてください。具体的になると、理解が進むようです。　　　（田中　貴）